REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES

Para poder representar una función, de la forma más fiable y precisa posible, hemos de realizar los siguientes pasos:

1.- Estudio del dominio de la función. Por ejemplo:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$$

Hacemos $x^2 - 2x + 1 = 0$ y obtenemos sus raíces, que son $x_1=1$ y $x_2=1$, y estudiamos en que parte de las raíces los valores del radicando son positivos o nulos. En este caso su dominio sería todo $\Re$ (todos los reales).

2.- Estudio de la continuidad y la derivabilidad de la función. Se realiza como lo visto en las unidades anteriores.

3.- Estudio de la simetría de la función. Se pueden presentar dos tipos de simetrías:

a) Simetría par o respecto al eje de ordenadas (eje OY). Para ello se debe cumplir:
$f(-x) = f(x)$

b) Simetría impar o respecto al origen de coordenadas. Para ello se debe cumplir:
$f(-x) = -f(x)$

4.- Estudio de la periodicidad de la función. Se suele dar con funciones trigonométricas. Para decir que una función es periódica se tiene que observar la repetición de los valores de la función a partir de un cierto número, llamado periodo. Es decir,

$$f(x) = f(x+T) \quad \text{con T periodo.}$$

5.- Estudio de las asíntotas de la función. Se pueden presentar tres tipos de asíntotas en una función, siendo la segunda y la tercera excluyentes:

a) Asíntotas verticales(x = número). Para ello hemos de hallar los valores numéricos que hacen que:(dichos valores son los que no están en el dominio)

$$\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty$$

b) Asíntotas horizontales (y = número). Para ello hemos de hallar los valores numéricos que hacen que:

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \textbf{número}$$

Si existe este tipo de asíntota no existe la siguiente y viceversa.

c) Asíntotas oblicuas (y = mx + n). Para ello hemos de hallarlos valores de los parámetros de la recta:

$$\mathbf{m} = \lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$$

$$\mathbf{n} = \lim_{x \to \pm\infty} \left(f(x) - mx \right)$$

6.- Cortes de la función con los ejes. Hemos de obtener aquellos valores de la función que atraviesan los ejes del sistema cartesiano. Se estudia de la siguiente manera:

a) Corte con eje OX(y = 0) $\Rightarrow$ se hallan los valores de la x que hacen que f(x) = 0
b) Corte con eje OY(x = 0) $\Rightarrow$ se hallan los valores de la y para f(0).

7.- Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos relativos.

Para ello hemos de ver en que punto o puntos se anula la primera derivada, una vez obtenidos se estudia el signo de la derivada a ambos lados de los puntos para ver donde crece y donde decrece la función.

También se han de tener en cuenta aquellos puntos que no pertenezcan al dominio de la función, no solo en caso de que no se anule la derivada.

Recordad que:

a) Si f \`(x) > 0 $\Rightarrow$ f es creciente
b) Si f \`(x) < 0 $\Rightarrow$ f es decreciente

8.- Intervalos de concavidad y convexidad. Puntos de inflexión.

Para ello hemos de ver en que punto o puntos se anula la segunda derivada; una vez obtenidos se estudia el signo de ella a ambos lados de los puntos para ver como se representaría la función.

También se han de tener en cuenta aquellos puntos que no pertenezcan al dominio de la función, no solo en caso de que no se anule la derivada.

Recordad que:

a) Si f \`\`(x) < 0 $\Rightarrow$ f es cóncava
b) Si f \`\`(x) > 0 $\Rightarrow$ f es convexa
c) Si f \`\`(x_0) = 0 y f \`\`\`(x_0) $\neq 0$ $\Rightarrow$ f presenta un punto de inflexión en x_0.

9.- Esbozo y representación final de la función.

NOTA:

a) En las funciones polinómicas de segundo grado hemos de hallar también el vértice de la función.

b) A veces es recomendable obtener puntos mediante una tabla de valores, siempre que el estudio realizado no nos aporte todos los resultados necesarios.