

¿ES UN MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO?

Recordad que estábamos complementando el ejercicio de Física del profe Rafa para comprobar si cierto movimiento estudiado experimentalmente era uniformemente acelerado. Para ello, tras ciertos pasos, se representaba la nube de puntos de las variables t^2 y e , y estaban notablemente alineados. Es decir, existe una recta que pasa muy cerca de todos los puntos. Dicha recta es la **recta de regresión**. Vamos a calcularla.

Llamamos X a la variable t^2 , Y a la variable e . Luego buscamos la recta de regresión de Y/X (explica y en función de x ; x como variable independiente, y como variable dependiente):

$$y - \bar{y} = \frac{S_{xy}}{S_x^2}(x - \bar{x})$$

Tabulamos los datos junto con las columnas necesarias:

| $x_i (t^2)$ | $y_j (e)$ | x_i^2 | y_j^2 | $x_i \cdot y_j$ |
|---------------------------|----------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,04 | 0,14 | 0,0016 | 0,0196 | 0,0056 |
| 0,25 | 0,84 | 0,0625 | 0,7056 | 0,21 |
| 0,81 | 2,76 | 0,6561 | 7,6176 | 2,2356 |
| 1,96 | 6,62 | 3,8416 | 43,8244 | 12,9752 |
| $\sum_{i=1}^5 x_i = 3,06$ | $\sum_{i=1}^5 y_j = 10,36$ | $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 4,5618$ | $\sum_{i=1}^5 y_j^2 = 52,1672$ | $\sum_{i=1}^5 x_i \cdot y_j = 15,4264$ |

Calculamos los parámetros estadísticos necesarios:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i n_i}{N} = \frac{3,06}{5} = 0,612 \quad S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i^2 n_i}{N} - \bar{X}^2 = \frac{4,5618}{5} - 0,612^2 = 0,537816$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{j=1}^5 y_j n_j}{N} = \frac{10,36}{5} = 2,072 \quad S_y^2 = \frac{\sum_{j=1}^5 y_j^2 n_j}{N} - \bar{Y}^2 = \frac{52,1672}{5} - 2,072^2 = 6,140256$$

$$S_{xy} = \frac{\sum_{i,j=1}^5 x_i y_j n_{ij}}{N} - \bar{X}\bar{Y} = \frac{15,4264}{5} - 0,612 \cdot 2,072 = 1,817216$$

Luego la recta de regresión que buscamos es:

$$y - 2,072 = \frac{1,817216}{0,537816}(x - 0,612) \Rightarrow \boxed{y = 3,37888x + 0,004125}$$

Ya tenemos la recta que aproxima a la nube de puntos (t^2, e). Como vimos en clase, esto siempre lo podemos hacer, lo que nos indica lo adecuado y la calidad del ajuste es el coeficiente de correlación:

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{1,817216}{\sqrt{0,537816} \cdot \sqrt{6,140256}} = 0,999991$$

Podemos decir que el ajuste es prácticamente perfecto (y relación directa), es decir, la relación es lineal. Luego el movimiento es uniformemente acelerado.

NOTA: Observad bien la precisión de los cálculos, que, como hemos visto en clase, es fundamental en este tipo de ejercicios, ya que, al tener pocos datos, la aproximación varía mucho al tomar más o menos cifras decimales. No existe una regla fija, se trata más bien de sentido común. En este caso he tomado más de 4 cifras decimales, pero en todos los cálculos salvo en r son exactas, es decir, para la covarianza, por ejemplo, tomo 6 cifras decimales, pero son todas las salen. Compensa tomar más cifras cuando todas son exactas. Debéis ser muy precisos, también con la calculadora como hemos visto en clase. Lo ideal es que la recta de regresión la simplifiquéis de una sola vez, no paso a paso que se van perdiendo decimales.